

八年级学生数学概念理解水平的区域质量监测

黄丹婷 慕春霞

【摘要】为了解学生的数学概念理解水平,数学区域质量监测小组对三个省市部分学校83792名八年级学生进行数学概念理解的测试,分析了学生在高度概念理解和低度概念理解两类题型中的表现,并分别考察八年级学生在不同内容领域和不同学业水平上概念理解的状况。监测结果发现,概念理解在数学中占有重要地位,代数和几何是概念理解的最大影响因素,学生对代数和几何概念的理解较好,对统计与概率的概念理解较差;学生在统计与概率上的综合素养要好于代数与几何的综合素养。为此,数学教师应加强概率统计内容中关于概念理解的教学,设计富有情境的教学材料,帮助学生形成概念之间的网状体系,提高他们综合解决问题的能力。

【关键词】数学;概念理解;八年级;内容;学业水平;质量监测

【中图分类号】G40-058.1 【文献标识码】A 【文章编号】1674-1536(2015)03-0034-05

近年来,有关数学素养的研究和测试日益受到关注。作为数学素养中的一项重要内容——数学理解,其研究价值显得越发重要。本文基于2013年三个省市部分学校八年级学生的数学素养测试结果,分析学生在数学概念上的理解现状,从而为改进数学教学提供一定的参考。

一、问题提出及研究设计

(一)问题的提出

《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称“课程标准”)提出了三维目标,其中,在“数学知识技能”以及“数学思考”中都强调数学概念的理解。国外特别重视数学素养,PISA测试将“数学概念的应用”作为一项数学过程的内容,并将其根植于数学内容的各项考查中。美国的“新数运动”和“问题解决”倡议,以及国内一次次的数学教学改革启示我们,应把掌握概念、原理作为主要目标,以概念、原理为载体,获得思维的发展,从而达到学生的发展性目标^[1]。

概念是思维的基本单位,是认知的起点,数学概念就是理解数学、学习数学的基础。认知心

理学家认为概念是一种心理表征或实体,而概念学习就是对这种心理表征的获得^[2]。李士铨认为:“学习一个数学概念、原理、法则,如果在心理上能组织起适当的有效的认知结构,并使之成为个人内部的知识网络的一部分,那才说明是理解了。”^[3]数学概念理解不等同于对一个数学概念或是对一个数学名词的理解,还包括对数学操作、数学关系的理解。

本文基于“课程标准”对来自三个省市部分学校的56042学生进行测试,并将概念理解作为分析的一项目标,来考察学生在概念理解上和不同内容领域中的总体表现,同时探讨概念理解与学生学业水平的关系。

(二)研究的设计

项目首先采用专家评定法,选取了9名专家,主要来自于高校数学教育教育工作者、数学教研员和一线数学教师(详见表1),邀请他们对

表1 专家基本情况统计表

| | 职称 | | 学历 | | | 工作单位 | | |
|----|----|----|----|----|----|------|----|----|
| | 高级 | 中级 | 博士 | 硕士 | 本科 | 高校 | 教研 | 中学 |
| 人数 | 6 | 3 | 3 | 2 | 4 | 3 | 3 | 3 |

本文数据来自北京师范大学教育质量监测协同创新中心“区域质量健康体检项目”的子项目“中学数学学业质量诊断与反馈”(项目编号:105006)。

黄丹婷/北京师范大学教育学部硕士生,主要方向是数学课程与教学论。(北京 100875)

慕春霞/北京师范大学教育学部教授。

八年级学生数学概念理解水平的区域质量监测

试卷中每一道题所考查的概念理解的权重进行赋值。

在专家评定的基础上,笔者利用“加权平均方法”计算试卷中概念理解的平均权重,然后选取所有考查概念理解的题目,并按照权重赋值将其分为高度概念理解题和低度概念理解题(详见表2)。

根据赋值情况,本研究中的数学概念素养题型分为高度概念理解的问题和低度概念理解的问题。赋值在5.00~10.00的题目属于高度概念理解题,也可称为概念理解素养考查题,其主要考查学生的概念理解素养,在概念理解素养上的赋值较大,侧重于考查学生单个概念的理解;赋值低于5.00的题属于低度概念理解题,也称为综合素养考查题,这类题目所含的概念理解素养较少,而在其他素养上有着相应的赋值权重,侧重于考查学生的综合素养。

本研究首先将学生的总体学业水平表现分为A、B、C、D四个等级,分别代表优秀、良好、刚达到课程标准要求以及未达到课程标准要求;然后利用SPSS分析了数与代数、图形与几何、概率与统计对概念理解的贡献率,从而分析学生的概念理解水平。

二、研究结果

为了便于说明结果,本研究首先分析了学

生的概念理解与总体成绩的相关性,统计高、低概念理解的总体情况,然后说明这两种水平的理解在不同领域、不同学业水平上的表现情况。

(一)概念理解的相关性及贡献率分析

由表3可知,所有的含有概念理解素养的题与总分之间均呈现高度正相关,且相关系数达到0.912,说明概念理解在学生的学业表现中占有重要的地位。将所有概念理解题按照内容维度划分,我们可以发现,三个内容维度的题与总分也呈现正相关,并且在代数和几何部分的相关度均大于0.8。由统计可知,总的概念理解与分知识领域的概念理解也呈正相关,代数、几何维度上概念理解的相关性要大于统计的相关性。

表4 因子载荷分析

| | Component |
|---------|-----------|
| | 1 |
| 概念理解_代数 | 0.898 |
| 概念理解_几何 | 0.883 |
| 概念理解_统计 | 0.810 |

表4呈现的是代数、几何、统计三个部分对概念理解素养的贡献率。不难看出,代数的贡献率最高,几何的贡献率其次,统计的贡献率要低于其他两项。由此可见,数与代数和图形与几何对概念理解的影响较大,概率与统计对概念理解的影响较弱,其可能与内容本身和题目的呈现方式有一定的联系。

表2 两类不同权重的概念理解素养题

| 权重赋值 | 名称 | 含义 | 题目数量 | 内容领域 | 具体题目 |
|------------------------|---------|----------|------|-------|---|
| 5.00~10.00 (包括5.00) | 高度概念理解题 | 考查概念理解素养 | 8 | 数与代数 | M8SO011、M8SO111、M8SO141、M8SO231 |
| | | | | 图形与几何 | M8SO021 |
| | | | | 概率与统计 | M8SO031、M8SO051、M8SS212 |
| 0.00~5.00 (不包括5.00) | 低度概念理解题 | 考查综合素养 | 12 | 数与代数 | M8SS232、M8SS233、M8SO191、M8SO041、M8SO151、M8SO161 |
| | | | | 图形与几何 | M8SS221、M8SS222、M8SS223、M8SS201 |
| | | | | 统计与概率 | M8SS211、M8SS213 |

表3 概念理解的相关性分析

| Pearson Correlation | 总分 | 概念理解_总 | 概念理解_代数 | 概念理解_几何 | 概念理解_统计 |
|---------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 总分 | 1 | 0.912** | 0.884** | 0.852** | 0.684** |
| 概念理解_总 | 0.912** | 1 | 0.938** | 0.811** | 0.777** |
| 概念理解_代数 | 0.884** | 0.938** | 1 | 0.729** | 0.584** |
| 概念理解_几何 | 0.852** | 0.811** | 0.729** | 1 | 0.546** |
| 概念理解_统计 | 0.684** | 0.777** | 0.584** | 0.546** | 1 |

(二) 学生在高、低度概念理解上的整体表现

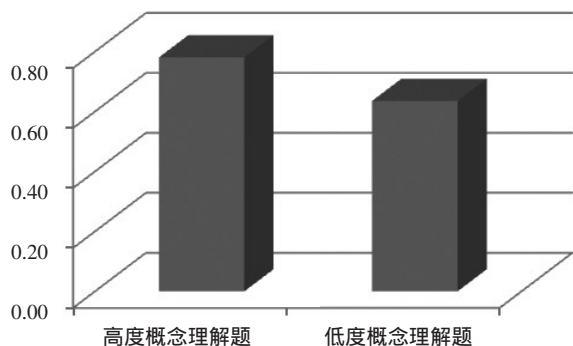


图1 学生在不同水平概念理解题上的表现情况

学生在高度概念理解题目上的得分率较高(见图1),达到78%。对比之下,我们可以发现,学生在低度概念理解题上的得分率只有64%。基于本文对两种概念理解题的定义,高度概念理解题体现了学生在数与代数、图形与几何、概率与统计上某个知识概念的理解程度。高度概念理解题常考查单一概念的理解,与教科书上的习题难度接近,因而对学生来说更为熟悉。低度概念理解题更加关注学生的综合素养,因而题目在设置上会涉及多个知识点,难度较高,对学生来说较为陌生。于是,学生用某个知识解决这个知识领域内的问题会得心应手,而对于将各个领域的知识结合起来解决新问题则觉得无从下手,这也说明在日常的数学教学中,教师对不同知识的联系关注较弱,因而学生在数学上构建的图式是分散的,也不了解各知识间的关系。

(三) 不同水平的学生在不同程度的概念理解题上的表现

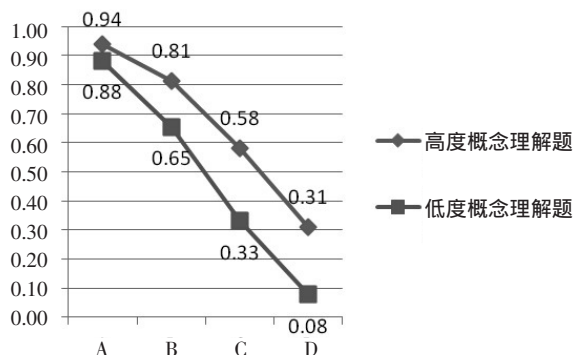


图2 不同学业水平学生在两种程度的概念理解题上的得分率

整体来看,ABCD各水平学生都在高度概念理解题上得分率较高。四个水平的学生在两种不

同程度的概念理解题目上的得分率呈现依次递减现象。从图2我们可以发现,A水平学生与D水平学生在低度概念理解题上的差异性较大,其中,A水平的学生在此类型题上的得分率达到88%,而D水平学生的得分率只有8%,而出现问题的重要原因在于学生对概念理解得不够深入。另外,通过对比每个水平学生在不同程度概念理解题上的得分率,我们还可以发现,优秀学生在两种不同程度的概念理解考查题上的差距最小,水平越低的学生在这两种题上的差距越大,由此可见,题目综合度越高,学生得分越低。不可否认的是,在日常的数学教学中,教师一贯强调夯实基础、加强基础题或是达标题的训练,而对于提高题或是综合类的题目,通常只会让A水平和B水平的学生予以关注,却忽视了C水平和D水平学生的学习。这或许是因为,教师通常认为C水平和D水平学生的能力和精力不足以应付综合程度较高的题目,长此以往,这两类学生可能会在综合类题目上的表现越来越差,他们在加强基础的同时却不知如何应用到问题解决上。

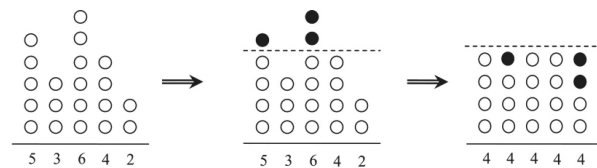
以测试卷第3题为例,这道题考查的是学生对众数、平均数、中位数以及加权平均数的概念理解。学生需要在理解图的基础上,对应已有的概念进行理解。本道题的整体得分率是65%,C、D水平学生的得分率都低于50%。由统计数据可知,83.2%的A水平学生选择了正确答案,15%的A水平学生认为是加权平均数;B水平中61.4%的学生答案正确,32.8%的学生认为是加权平均数;然而在C水平学生中,46.8%的学生选择了正确答案,41.9%的学生选择了加权平均数;同样的,D水平的学生中,选择错误答案D的人数比例与选择正确答案的人数比例接近,都达到38%左右,说明水平越高的学生在概念上越是清晰,水平越低的学生混淆的概念越多。低水平学生在四个统计量上的理解都一知半解,他们清楚每一个统计量的计算公式,或是计算方法,但是对于每一个统计量的算法意义却模糊不清。此外,本道题将理解图意与概念理解结合,除了考查学生的概念理解素养,还考查了他们的几何直观素

八年级学生数学概念理解水平的区域质量监测

养,C、D水平的学生显然在综合素养上的表现差强人意。

测试卷第3题

小张用圆形纽扣做工具,摆出下面运算过程.他是在模拟计算哪个统计量呢?()



- A. 众数
- B. 平均数
- C. 中位数
- D. 加权平均数

(四)不同水平的学生在不同内容领域中概念理解上的表现

为了便于分析,我们将高度概念理解和低度概念理解分别去考查。高度概念理解旨在着重考查学生的概念理解素养,此类题目中包含的知识点大多只有一个,为的是考查学生单个知识概念的理解情况。因此,在高度概念理解题上,不同水平的学生分别展现了其在三个知识领域中对单一知识的概念理解情况,这类题几乎不涉及或者很少涉及对其他技能的考查。低度概念理解的题目旨在考查学生的综合素养,不单单局限于概

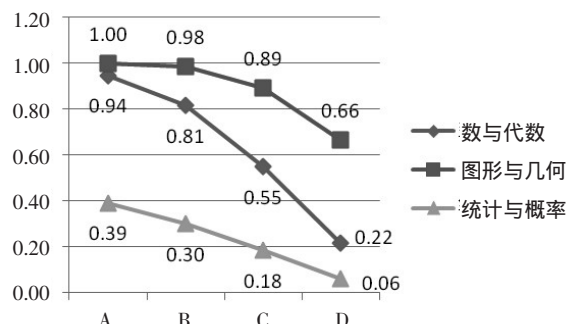


图3 不同水平学生在概念理解素养考查题上各知识领域上的得分率

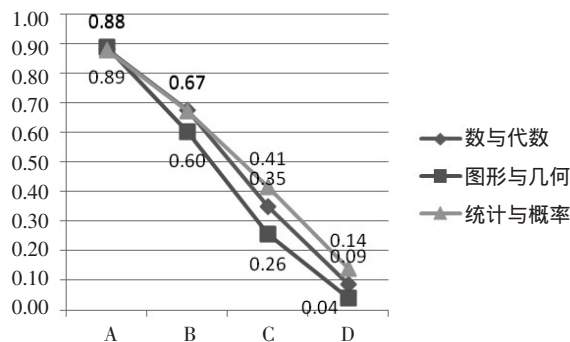


图4 不同水平学生在综合素养考查题上各知识领域上的得分率

念理解一个素养,这类题通常要求学生利用概念理解等综合素养进行问题解决,因而对学生所具备素养要求更加综合,与之前侧重考查概念理解素养的题目有着很大的不同,不同水平学生得分率上的表现也存在较大的差异。对高、低度概念理解的表现的统计分别见图3和图4。

图3显示了不同水平学生对数与代数、图形与几何、统计与概率概念的掌握程度。在这三类题型中,图形与几何的得分率最高,统计与概率的得分率最低,说明学生对统计与概率知识领域的概念掌握存在着较大的问题。具体来说,在数与代数维度上,A水平的学生达得分率达到94%,而D水平的学生就只有22%的得分率。在图形与几何维度中,不同水平的学生在这一维度上的得分率都很高,表明各水平学生对几何概念的理解都很好,A水平学生甚至在达到了100%的得分率,即使是D水平的学生在图形与几何部分的得分率也达到了66%。但是,在统计与概率维度中,四个水平的学生的得分率都很低,从A类学生到D类学生呈现线性递减,D水平学生的得分率只有6%。

从整体看,图4中三个内容维度的得分率均呈现从A到D递减的态势,且同一水平学生在不同内容上的综合素养接近。在低度概念理解试题中,学生在统计与概率中的得分率整体上稍高于其他两个知识领域的得分率,图形与几何的得分率相对来说较低一些。相较而言,A、D水平学生在图形与几何部分的差异最大,而在统计与概率上显示的差异则较小一些。

三、启示与反思

由以上分析可知,代数和几何是影响概念理解的最大因素,且不同水平的学生在高度和低度概念理解题上的表现相差较大。在不同的知识领域中,不同水平的学生在低度概念理解上的表现接近,而在高度概念理解题上呈现较大差异。因此,在数学教学中,教师除了应重视概念理解的教学,还需关注不同概念之间的联系,促进学生形成网状的概念理解结构,提升他们概念理解的

整体水平。

(一)重视数学概念理解的教学

概念理解在数学学习中占据着非常重要的地位,概念理解与总分呈现出接近于1的相关性。同时,表3的相关性与表4的因子载荷说明了代数和几何是影响学生概念理解的两大重要因素,这是因为代数与几何的概念性较强。以分式的概念、根式的概念、角的概念、三角形和平行四边形的相关概念和性质等内容为例,学生对这些概念理解水平的高低影响着他们的数学学习。那么,在讲解分式、根式、角等数学内容时,教师可以尝试用不同的方式表示同一概念,如语言、文字、图式等,在此基础上明晰易混淆的数学概念。在讲解定理、公式、应用等部分时,数学教师可以从概念出发进行课堂导入,让学生理解知识之间的连续性与相关性。

(二)夯实学生的基础,关注其综合素养的形成

对基础较为薄弱的学生来说,加强其对基础概念的理解当然是首要任务,教师同时还得关注其综合应用能力的发展。基础薄弱的学生通常会采用记忆背诵的方式,将一段时间内需要掌握的知识强硬接受,一旦情境变化,或是题目稍微呈现含蓄,他们就将无从下手。面对这部分学生,教师可以为他们量身定制一些难度较低的综合题目,帮助他们在应用中深刻理解所学概念,逐步形成数学的综合素养。

(三)在统计与概率维度上着力提高学生的概念理解水平

在高度概念理解题上,学生在数与代数、图形与几何上的得分率较高,在概率与统计上的得分率最低。也就是说,学生对数与代数、图形与几何概念的掌握要优于对统计与概率中的概念。概率与统计侧重于知识的运用,纯数学成分的概念较少,对统计量的理解不能局限于对统计量的记

忆和简单运算,重点在于利用统计量的深层概念进行问题解决。所以,在对统计量的运用和解释上,四个水平的学生的得分率都较低,说明他们对统计与概率上的概念理解存在着较大的问题。为此,数学教师在强调统计概率应用性的同时,应该关注学生对单个统计知识的理解是否准确,以及在应用的过程中能否深刻理解统计量的意义。比如,教师可以借用项目学习的形式,将概率统计的相关知识设计成一个整体的项目,让学生在完成项目调查时,体会到统计量、统计图的必要性,理解不同统计量、统计图在解决问题中的不同作用。

(四)在数与代数、图形与几何教学中,加强概念的联系和应用

监测数据显示,学生在统计与概率上的综合素养要好于代数与几何的综合素养。虽然学生对统计概率中的概念掌握较弱,但是他们在这一领域综合素养的表现却好过数与代数、图形与几何。这是因为从学生接触概率与统计起,便是以实际问题进行学习的,他们对于解决统计与概率的实际问题并不陌生,加之概率与统计试题不论是开放题还是客观题均依据具体的情境进行设计,且更多地与实际联系,因而学生更容易理解。其实代数和几何中的知识也是可以用来解决问题的,如家具的制造就需要使用几何的知识,生活中的最优化选择往往会用到方程和函数的知识。因此,教师在课堂引入代数和几何概念时,可以从实际情境出发,在问题的设计中注意不同概念之间的联系,让学生感受到只有将不同的知识结合在一起,才能够真正解决实际问题。

参考文献:

[1]李善良.现代认知观下的数学概念学习与教学[M].南京:江苏教育出版社,2005.3.

[2][3]郭建鹏.概念学习理论及其条件述评[J].心理研究,2010(2).

责任编辑/雷 熙