

# 21 世纪数学教育研究 :议题与趋势 \*

## ——基于 ICME 专题研究主题分析

■李欣莲,曹一鸣

**摘 要** 国际数学教育大会(ICME)作为数学教育领域最为重要的学术会议,其研究主题和动向反映了数学教育研究的发展状况。对 2000 年以来五次 ICME 专题研究主题进行分析、比较可知,21 世纪以来数学教育研究议题主要集中在特定数学内容的教学研究、不同教育阶段和特定学生群体的数学教育研究、数学教师教育研究和数学教育学科发展研究等十个方面。数学教育研究的基本趋势为:研究内容不断丰富与深化,注重数学教育的元研究和学科理论体系建构,既关注数学教育的内部问题也关注数学教育的外部问题。

**关键词** 21 世纪数学教育研究;ICME;专题研究主题

中图分类号:G521

文献标识码:A

文章编号:1004-633X(2017)05-0055-04

21 世纪以来,信息技术、大数据的发展对数学教育理论与实践带来了新的机遇与挑战,把握新形势下数学教育研究的发展状况与方向对于促进数学教育研究发展至关重要。国际数学教育大会(International Conference on Mathematical Education, ICME)是数学教育研究领域级别最高、规模最大的学术会议,大会有形式多样的报告、展示、交流,内容几乎涵盖数学教育中的所有领域<sup>[1]</sup>。报告、分析历次国际数学教育大会的情况,一直为华人学者所重视。学者们或对某次大会的开展情况进行概述,或对大会的某一专题进行详细分析。然而,已有研究主要为横向的、单次会议的分析,缺乏纵向的、多次大会的比较。为此,笔者以 21 世纪以来召开的五次国际数学教育大会专题研究主题为对象,比较、分析各次大会的专题研究主题,探索国际数学教育研究的主要议题及其发展变化状况,希冀认清 21 世纪以来数学教育研究的主要议题,把握数学教育研究的发展方向。

研究主要采用内容分析法,收集了 ICME-9 至 ICME-13 五次大会的程序手册,对其进行整理和翻译,主要对专题研究组主题进行文本分析和比较,并辅之以其他部分,如调查组、工作坊、讨论组主题的分析和比较。分析主要从静态和动态两方面进行:通过静态分析五次大会的专题研究主题,把握 21 世纪以来数学教育研究的主要议题;通过动态分析五次大会的专题研究主题发展变化特点,把握 21 世纪数学教育研究的发展趋势。

### 一、21 世纪数学教育研究的主要议题

#### (一)特定数学课程内容的教学研究

数学教育应该是从数学的学科特点出发,研究以数学学科为载体的教育中的问题<sup>[2]</sup>。纵观五次 ICME 的专题研究主题,以特定的数学课程内容为重点的研究主题受到重视。研究主题范围涵盖了基础教育阶段的核心数学课程内容,如代数、几何、概率、统计、建模等。

第一,代数、几何、微积分的教学均为五次大会的

\* 本文系美国国家科学基金项目(National Science Foundation)“中美区域和学校层面面对高质量数学教学支持系统的比较研究”(Cross-National Comparison of School and District Supports for High-Quality Mathematics Instruction in the U.S. and China)(项目编号:DRL-1321828)的研究成果之一。

作者简介:李欣莲(1989-),女,四川人,北京师范大学数学科学学院和美国范德堡大学教育与人类发展学院合作培养博士研究生,主要从事数学课堂教学研究;曹一鸣(1964-),男,江苏人,北京师范大学数学科学学院教授、博士研究生导师,主要从事数学教育研究。

专题研究主题,是数学教育研究中的一类重点主题。其中“几何的教学”这一研究主题在 ICME-13 中被细化为小学阶段和初中阶段分别研究。“微积分的教学”的研究范围既包括高中阶段也包括高等教育阶段。第二,“数学教育中的推理、证明和论证”“数学教育中的问题解决”“数学教学中的数学应用和建模”也同时出现于五次大会。数学思想方法的核心“推理、证明和论证”受到研究者重视,而问题解决能力的培养、数学应用能力和建模能力的养成则是当下数学教育领域的行动准则。第三,“概率和统计”的教学首次作为专题研究的主题是在 ICME-10,并且两者合并为一个主题,这种合并的状态在 ICME-11 被打破,两者分别成为独立的主题,且持续到 ICME-13。第四,“数系和算术的教学”“数学教学中的直观”在 ICME-9 之后受到研究者的重视。数与算术的教学是小学数学教学的核心内容,包括自然数、分数、小数等的认识,数的四则运算教学中的问题等。第五,“测量的教学”“数学素养”是从 ICME-12 开始兴起的热点研究问题。“测量的教学”的研究主要集中于小学阶段。“数学素养”的研究内容主要有:数学素养的内涵、学生数学素养的测量、数学素养的影响因素等。第六,“早期代数的教学”是出现于 ICME-13 专题研究组中的一个热点主题,旨在研究小学到初中初期(大约到 12 岁)学生的早期代数思维。第七,“离散数学的教学”第一次出现于 ICME-11 的专题研究组,再次出现于即将召开的 ICME-13。第八,“高等数学知识的教学研究和发”主题兴起于 ICME-10,并保持到 ICME-11,然而在 ICME-12 和 ICME-13 中未出现。

## (二)不同教育阶段和特定学生群体的数学教育研究

ICME 的一类研究主题关注数学教育的不同阶段和数学教育中的特定群体(见表 1)。

表 1 ICME 中不同教育阶段和特定学生群体类议题分布表

专题名称	ICME-9	ICME-10	ICME-11	ICME-12	ICME-13
儿童早期(7 岁以前)数学教育	^	√	√	√	√
小学阶段的数学教育			√		
初中阶段的数学教育	^	√	√		
高中阶段的数学教育			√		
高等教育阶段的数学教育	^	√	√	√	√
工作中和为工作的数学教育	√	√	√	√	√
成人和终身学习中的数学教育	^	√	√		√
数学天才学生的项目和研究	√	√	√	√	√
有特殊需要学生的项目和研究	√	√	√	√	√
数学的普及			√		√

注:“√”表示某主题在 ICME 专题研究组中出现,“^”表示某主题在国际数学教育大会的其他活动,如调查组、讨论组、工作坊等中出现。

分析上表可以发现,ICME 几乎涵盖了各个教育阶

段的数学教育:一是学前教育阶段儿童的数学教育。ICME-9 中该主题包含于工作组中,并且与小学阶段的数学教育合并为一个主题;ICME-10 中该研究主题同样与小学阶段的数学教育合并为一个主题,但出现于专题研究组中。ICME-11 中该主题与小学阶段的数学教育相脱离,独立为一个研究主题,并持续出现于 ICME-12 和 ICME-13 的专题研究组中。二是学校教育阶段的数学教育,包括小学、中学和高等教育阶段。ICME-9 中,小学、初中、高中阶段的数学教育研究以其他活动形式出现;ICME-10 中,小学阶段的数学教育与儿童早期的数学教育合并为一个主题,初中阶段的数学教育与高中阶段的数学教育合并为一个主题,高等教育阶段独立包含于专题研究组中;ICME-11 中,小学、初中、高中三阶段的数学教育均独立包含于专题研究组,高等教育阶段的数学教育主题则继续保留。三是学校教育阶段后的数学教育,包括成人的数学教育和工作及为工作的数学教育。四是特定群体的数学教育,包括对数学天才学生和有特殊需要学生数学教育问题的研究是国际数学教育界的重点问题,从 ICME-9 到 ICME-13 持续存在于专题研究组中。五是数学对大众的推广和普及。“数学的普及”是 ICME-13 新增的专题研究主题,旨在通过多样的形式,如表演、展示、视频等向公众展示数学游戏、数学趣题、数学文化等内容,提高公众对数学的了解、认识和兴趣。

## (三)数学学习心理研究

ICME-9 的专题研究组特有的一个主题为“建构主义观点下的数学教育”,探讨建构主义对数学教育各个方面的影响。但是此后的大会没有再出现该具有时代特点的主题。建构主义作为认知心理学的新发展,其影响由心理学领域扩大到教育学领域,其教育观点令人耳目一新,但后来由于其具有浓厚的主观唯心主义成分而逐渐退去热潮<sup>[3]</sup>。学生的“数学学习和认知”受到研究者的广泛关注,从 ICME-9 到 ICME-13 持续作为专题研究主题出现,研究者交流、讨论学生如何学习数学概念、定理、法则,学习中存在怎样的障碍及如何克服等问题。数学教学中的动机、态度、情感、信念主题出现于 ICME-10,并成为持续关注的热点问题(见表 2)。

表 2 ICME 中数学学习心理类议题分布表

专题名称	ICME-9	ICME-10	ICME-11	ICME-12	ICME-13
建构主义观点下的数学教育	√				
数学学习和认知	√	√	√	√	√
学生(教师)对数学和数学学习(教学)的动机、态度、信念		√	√	√	√

## (四)数学教师教育研究

教师对学生的数学学习存在重要影响<sup>[4]</sup>。基础教育阶段数学教师教学知识的研究逐步受到重视:“小学

阶段的数学教学知识”和“中学阶段的数学教学知识”首次出现于 ICME-11 的专题研究组,并且合并为一个主题:“数学教学知识”。至 ICME-12 及以后的 ICME-13,两者独立为两个专题研究组主题。而数学教师的职前培养、在职教师的专业发展研究经历了逐步深化的过程:“职前数学教师的培养”和“在职数学教师的专业发展”以合并的状态出现于 ICME-9 的工作组中,ICME-10 中两者以专题研究的形式出现。直到 ICME-11,两者独立为两个研究主题出现于专题研究组中,并且在 ICME-13 中,两者按照学段更细分为小学、中学教师的职前教育及小学、中学教师专业发展分化为四个数学研究主题。

### (五)数学课堂教学研究

国际数学教育研究对这一类议题的关注较晚。ICME-9 中未出现与这一类别有关的主题。最先出现于 ICME-10 的相关主题为“数学教学法的革新”。ICME-11 中则出现了三个相关主题,分别为持续的“数学教学法的革新”和新增的“课堂教学研究”以及“任务设计和分析的研究和发展”。这两个新增主题保留到了 ICME-12 和 ICME-13 中,成为被持续关注和研究的主题。ICME-13 增加了“基于数学学习的课堂评估”主题,该主题旨在通过课堂评估提升学生的数学学习质量,其研究内容包括课堂的评价规则,如教师反馈、学生自评、学生互评等,课程、教学和评价的一致性以及评价方式的设计等等。

### (六)数学教育评价研究

该类别的研究因对数学教育具有导向和引领作用而受到研究者的重视。“数学竞赛”和“数学教育中的测试和评估”作为重点问题出现于各次国际数学教育大会,其中“数学竞赛”在 ICME-10 和 ICME-11 中出现,“数学教育中的测试和评估”在 ICME-9 和 ICME-11 中出现的形式均为讨论组主题。“升学考试和期末考试及其对数学教育的影响”共出现 2 次,分别在 ICME-9 和 ICME-11,其中在 ICME-11 中出现的形式为讨论组主题。

### (七)数学教育与信息技术的整合研究

随着信息社会的到来及其对教育教学变革的影响,信息技术与数学教育的整合受到研究者的关注。ICME-9 到 ICME-13 均出现了“数学教育中信息技术的使用”专题研究主题,在 ICME-13 中,这一主题按照不同的学段细分为小学、初中和高中,研究更加细化和深入。“远程学习、在线学习、混合学习”是以信息技术、多媒体网络资源为依托的新型教学方式,其如何实施、产生了怎样的问题、有何效果等问题为研究者所关注。该主题首次出现于 ICME-9 的专题研究组中,在 ICME-10 中以调查组主题的形式出现,在后两次会议

中出现了短暂的停滞,而在 ICME-13 中又以专题研讨组主题出现,呈现不稳定的状态。

### (八)数学教育的影响因素研究

数学教育是一门交叉学科,其发展受到多种因素的影响,目前受到关注的影响因素有,政治、社会环境、文化、语言等教育外部的因素,以及民族数学、数学史、数学的新发展等与数学教育密切相关的教育内部因素。从表 3 的分布可以看出,数学史和民族数学对数学教育的影响关注度最高,其次为文化、语言、政治和社会环境。“数学的新进展对数学教育的影响”仅在 ICME-9 中出现。

表 3 ICME 中数学教育的影响因素类议题分布表

专题名称	ICME-9	ICME-10	ICME-11	ICME-12	ICME-13
政治、社会环境对数学教育的影响	∧		∧		√
多文化和多语言环境下的数学教育			∧	√	√
民族数学及其对数学教育的影响	√	∧	∧	√	√
数学史在数学教育中的作用		√	√	∧	√
数学的新进展对数学教育的影响	√				

### (九)数学教育学科发展研究

整体上该类主题的分布比较稀疏,ICME-9 中该类主题仅有“数学教育实践、理论和研究”且以工作组的形式出现,ICME-10 中该类主题新增“数学教育哲学”“数学教育研究的新发展”和“数学教学的历史”,三者分别以讨论组主题或专题研究者主题出现,而“数学教育实践、理论和研究”则保持不变,ICME-11 中保留了“数学教育实践、理论和研究”“数学教育研究的新发展”和“数学教学的历史”,ICME-12 中仅保留了“数学教学的历史”,新增“数学教育中的理论”,ICME-13 中该类别议题的数量明显多于前几次大会,除保留了“数学教育中的理论”和“数学教学的历史”“数学教育哲学”外,还新增了“实证的方法和方法论”,该主题旨在提高研究方法(方法论/范式)与研究目标之间的适切性。

### (十)其他研究主题

ICME 中一些研究主题难以归入某一类别,笔者在文中以“其他”将其概括。“数学在整个课程中的地位”和“亚洲国家的数学教育”分别在 ICME-11 和 ICME-9 中出现,“数学课程的发展”首次出现于 ICME-11 的专题研究组,并在之后的 ICME-12 和 ICME-13 中保留;“教学资源研究”出现于四次大会,只未在 ICME-12 中出现,ICME-10 中以讨论组的形式对“数学教科书”进行了讨论,“数学教育中的语言和交流”出现于五次大会,其中在 ICME-9 中以工作组主题的形式出现。“数学教育中的性别差异”出现于 ICME-10、ICME-11 和 ICME-12,“数学教育中的公平性”在五次大会中出现了三次,其在 ICME-11 中以全体活动的形式出现,“数



学和创造性”共出现三次,其中在 ICME-12 中的出现形式为讨论组主题。“数学与艺术”共出现两次,其在 ICME-12 中以讨论组的形式出现。“数学教育的国际比较研究”在 ICME-9 中是热点研究主题,包括对 TIMSS、PISA 等国际大规模比较研究的讨论,其在 ICME-10 和 ICME-11 中以讨论组主题形式出现。“数学教育中的表征系统”作为新兴研究议题出现于 ICME-13 的专题研究,旨在探讨符号在各阶段数学教学中的重要性。“数学与其他学科的衔接”议题在五次大会中共出现三次,分别为 ICME-9、ICME-10、ICME-13 的专题研讨组,数学与其他学科特别是物理、化学、生物等的衔接受到研究者关注。

## 二、21 世纪数学教育研究的发展趋势

### (一)研究内容不断丰富与深化

#### 1. 研究主题的数量总体扩大

整体来看国际数学教育大会专题研究组的主题数量呈逐渐上升趋势,研究的主题范围几乎持续扩大,只是在 ICME-12 中略出现下降。通过比较 ICME-11 和 ICME-12 的专题研究主题可以发现,ICME-12 虽然在研究主题的总体数量上略有下降(ICME-11 的部分主题未列入选题范围),但是在研究主题的内容上依然有所充实,如新增了“测量”和“数学素养”的研究主题,这两类主题均未在之前的 ICME 专题研究组中出现。

#### 2. 研究范围不断扩大

第一,从学段来看,当前数学教育研究的内容涵盖了学龄前儿童的数学教育,基础教育阶段的数学教育,高等教育阶段的数学教育,成人数学教育,职业中的数学教育。几乎覆盖了人的各个发展阶段的数学教育,其中基础教育阶段是被研究最多的学段。

第二,从内容上看,研究更加全面、精细。一方面,研究主题不断扩充。如 ICME-13 新增了“数学的普及”“早期代数的教学”“基于数学学习的课堂评估”“实证的方法和方法论”“数学教育中的表征系统”,ICME-12 新增了“测量的教学”“数学素养”“数学教育中的理论”,ICME-11 新增了“离散数学的教学”“课堂教学研究”“多语言和多文化环境下的数学教育”“任务的设计和分析”“数学课程的发展”“数学在整个课程中的地位”“数学教学知识”,ICME-10 新增了“概率和统计的教学”“数系和算术的教学”“数学教学中的直观”,等等。另一方面,研究主题愈加精细。例如:“几何的教学”细化为“小学阶段的几何教学”和“中学阶段的几何教学”,“统计和概率的教学”细化为“统计的教学”和“概率的教学”,“信息技术与数学教育”细化为“信息技术与小学数学教育”“信息技术与初中数学教育”和“信息技术与高中数学教育”,“数学教学知识”细化为“小学数学教学知识”和“中学数学教学知识”,“教师教育和

教师的专业成长”细化为“职前数学教师的培养”和“在职数学教师的专业发展”,再细化为“小学职前数学教师的培养”“中学职前数学教师的培养”和“小学在职数学教师的专业发展”“中学在职教师的专业发展”。

### (二)更加注重数学教育的元研究和学科理论体系建构

随着数学教育成为一个专门的研究领域,数学教育专业研究队伍的壮大以及数学教育成果的累积,数学教育越来越注重自身作为学科的研究,着力构建独立学科形态的理论体系。从 ICME-9 到 ICME-13,数学教育学科发展这一类议题的数目逐渐增加。其中,“数学教育的理论”强化了数学教育的理论研究,“实证的方法和方法论”对数学教育研究中使用的研究方法/方法论/范式的适切性进行反思,“数学教育哲学”从本体论、方法论、认识论层面对数学教育进行探讨,等等。然而,该类研究议题的数量总体上还不多,是一个既重要且迫切的研究领域。

### (三)既关注数学教育的内部问题,也关注其外部问题

教育不能独立于社会、经济、文化而存在,数学教育同样受到外在要素的影响和制约。因此,数学教育研究不仅要关注数学教育内部及数学教育本身的问题,也要关注数学教育外部的的问题。一方面,数学教育研究关注数学教育与社会、历史、文化的关系,理清这种关系有助于数学教育实践和数学教育研究的发展。例如,“多文化与多语言环境下的数学教育”“政治、社会环境对数学教育的影响”等议题正是对数学教育的外部问题进行研究。另一方面,数学教育研究关注数学与其他学科之间的关系。数学学科是学校课程的重要组成部分,但不是唯一的组成部分,研究其他学科对数学教育的影响和关系具有理论意义和实践价值,如对“信息技术与数学教育”“数学史与数学教育”“艺术与数学教育”“民族数学在数学教育中的作用”“数学与其他学科的衔接”等的研究。

#### 参考文献:

- [1]曹一鸣.数学教育研究与发展趋势[J].数学通报,2012,51(11):25-37.
- [2]曹一鸣.国际视野下的中国中学数学课堂微观分析[M].北京:北京师范大学出版社,2011.2.
- [3]张奠宙,宋乃庆.数学教育概论[M].北京:高等教育出版社,2009.56-60.
- [4]王立东,曹一鸣.教师对学生学业成就的影响研究评述[J].数学教育学报,2014,23(3):48-52.

作者单位 北京师范大学数学科学学院,北京 邮编 100875