

# 高中概率统计内容设置的国际比较

## ——基于 15 个国家数学课程标准的研究

曹一鸣, 王万松

(北京师范大学 数学科学学院, 北京 100875)

摘要: 对中美英等 15 个国家的 20 个高中数学课程标准中的概率统计内容, 进行定量分析和定性分析. 包括各课标中知识点的广度、深度、核心模块知识分布, 以及课标中关于概率统计内容与排列组合知识的关系, 文理科学生所学内容的差异等. 荷兰、法国理科内容最广, 中国理科第三, 文科第八. 日本、荷兰难度最大, 中国文理科分列倒数第三、第四. 总体上讲, 中国概率统计内容“广而不深”.

关键词: 概率统计; 高中; 课程标准; 比较研究

中图分类号: G40-059.3 文献标识码: A 文章编号: 1004-9894 (2016) 01-0001-04

### 1 研究背景

近年来, 研究者对中外高中数学课程进行了系列的研究, 首先翻译介绍主要国家高中数学课程标准<sup>[1]</sup>, 并在此基础上进一步对高中函数、立体几何、解析几何、总体内容分布等方面进行了国际比较研究<sup>[2-5]</sup>.

在中学数学课程中, “概率统计”的教学越来越受到教学界的重视. 概率统计是人们了解“不确定性”数学现象、基于大数据进行分析与推断的重要工具. 依据大量无组织的信息进行数据分析处理, 并作出合理的决策, 已成为未来公民必备的基本核心素养.

选择了 15 个国家的 20 种高中数学课程标准为研究对象, 针对高中概率统计内容进行定性与定量的比较分析. 目

的是通过对其他国家的高中概率统计的课程内容设置的比较, 结合中国的实际情况, 对中国高中概率统计课程建设提供一定建设性的参考.

### 2 研究设计

#### 2.1 样本选取

选取了以下五大洲共计 15 个国家的 20 个版本的高中数学课程标准文本作为研究对象.

亚洲: 中国、韩国、新加坡、日本、印度; 欧洲: 英国、德国、法国、荷兰、俄罗斯、芬兰; 美洲: 美国、加拿大; 大洋洲: 澳大利亚; 非洲: 南非.

概率统计比较研究涉及的高中数学课程标准文本如表 1 所示.

表 1 概率统计比较研究涉及的高中数学课程标准文本

| 国家   | 年份         | 版本                                              |
|------|------------|-------------------------------------------------|
| 澳大利亚 | 2012 年公布   | 普通数学课程 (文科)                                     |
|      |            | 数学方法课程 (理科) <sup>[6]</sup>                      |
| 加拿大  | 2007 年公布   | 安大略省, 为攻读大学本科的预备课程的课程标准                         |
| 芬兰   | 2003 年公布   | 综合考虑基础和高阶 <sup>[7]</sup>                        |
| 法国   | 2010 年开始实施 | 法国理科                                            |
|      |            | 法国文科                                            |
| 德国   | 2010 年编写   | 基础课程                                            |
|      |            | 提高课程                                            |
| 日本   | 2011 年实施   | 考察《数学》、《数学 A》、《数学 B》                            |
| 韩国   | 2013 年实施   | 考察一般科目, 基础科目和深化科目不考虑, 因其不含概率统计内容 <sup>[8]</sup> |
| 荷兰   | 2013 年颁布   | 考察 VWO-A 水平                                     |
| 新加坡  | 2013 年实行   | H2 水平 <sup>[9]</sup>                            |
| 俄罗斯  | 2004 年实行   | 基础水平                                            |
|      |            | 侧重数学发展方向的水平 <sup>[10]</sup>                     |
| 南非   | 2012 年颁布   | 高中课程与评价政策标准 <sup>[11]</sup>                     |
| 英国   | 1999 年颁布   | 1999 年课程标准关键阶段 4 (高级)                           |
| 美国   | 2010 年颁布   | 选择统一核心州数学课程标准 <sup>[12]</sup>                   |
| 印度   | 2005 年颁布   | 考查 11 年级和 12 年级                                 |
| 中国   | 2003 年颁布   | 中国理科                                            |
|      |            | 中国文科 <sup>[13]</sup>                            |

需要说明的是, 有些国家并没有国家层面的统一的课标, 在进行比较时, 则选用了这个国家某个地区数学课程标

准. 还有些国家对于普通高中有一个课标, 对于职业高中有一个课标, 对于有数学天分的学生有另外一个课标, 则只选

收稿日期: 2015-12-20

基金项目: 教育部人文社科基金规划项目——高中数学课程标准的国际比较研究 (13YJA880003)

作者简介: 曹一鸣 (1964—), 男, 江苏南通人, 教授, 全国数学教育研究会理事长, 教育部基础教育专家工作委员会委员, 基础教育教材审查委员会专家, 主要从事数学课程与教学研究.

择其中的普通高中课标.

## 2.2 研究方法

研究主要基于各国高中数学课程标准的文本资料,主要来源于参考文献[1],并进一步参考原文和它的参考文献,进行定量分析与定性分析.

### 2.2.1 定量分析

定量分析主要包括:概率统计知识的广度、深度、认知水平分布、核心模块知识分布.

课程广度指的是课程内容所涉及的范围和领域的广泛程度.通过统计课程内容所涉及的知识点个数,将知识点最多的国家的课程广度定为 1,其余国家的课程广度为知识点个数与知识点最多的课标中知识点个数的比值.

在课程深度时计算时,依据课程标准中对目标要求的描述所用词语分别指向 4 种依次递进的学习目标.参考新修订的布鲁姆认知水平,将上述所有课标中的学习要求分成 4 个层次,具体情况见表 2,对于 A 层次, B 层次, C 层次, D 层次,分别赋值 1、2、3、4,然后对总目标进行求和,再算出算术平均值,以该值作为该课标的深度.

表 2 概率统计国际比较目标赋值

| 赋值      | 目标                                                                                         |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| A 层次: 1 | 了解、知道、描述、认识、初步学会、模仿、感受、直观感受、查表、直观理解                                                        |
| B 层次: 2 | 理解、计算、判别、判断、识别、解释、表示、估计、透过、说明、检定、介绍、区分、陈述、学会、完成、认同、体验、经历、刻画、熟悉、确定出、求解、求出、找出、进一步认识、使用、利用、辨认 |
| C 层次: 3 | 掌握、会用、证明、理解并计算、理解并使用、验证                                                                    |
| D 层次: 4 | 灵活运用、迁移、探索、解决、构造并使用、形成、应用、探究、构建、总结                                                         |

### 2.2.2 定性分析

文中的定性分析主要包括以下方面:

(1) 探讨各个版本的课程标准中概率统计与排列组合知识的关系;

(2) 对有些国家针对不同需求学生(如分文理科等)要求所学概率统计内容的差异分析.

选择这两个方面来进行研究,主要是因为这些也是中国在高中数学课程改革中大家比较关注,“课标”与“大纲”之间在概率统计内容方面有较大差异的方面.

## 3 高中课标概率统计内容国际比较

### 3.1 广度分析

对澳大利亚(基础)、澳大利亚(专业)、英国、法国(理科)、法国(文科)、美国、德国(基础)、德国(提高)、日本、韩国、新加坡、芬兰、荷兰、印度、俄罗斯(基础)、俄罗斯(专业)、加拿大、南非、中国(理科)、中国(文科) 20 个课标中概率统计部分的知识点个数进行统计,得到上述课标中概率统计的广度排名如图 1 所示.

从图 1 中可以清晰地看到,荷兰课标中包含的知识点个数是最多的,广度最大,法国次之,中国的理科课标广度排在第三位.荷兰比中国理科多的知识点主要有:概率密度函数、均匀分布、用树图计算概率、根号  $n$  法则、中心极限定理、样本比例、条形图、扇形图、饼状图、频数多边形、零

假设、备择假设、单面假设、双面假设、显著性检验等.法国理科比中国理科多的知识点主要有:概率密度函数、棣莫弗-拉普拉斯定理、全概率、均匀分布、指数分布、样本比例、四分位数、盒式图、区间估计、置信区间、置信度、波动范围、蒙特卡洛方法等.

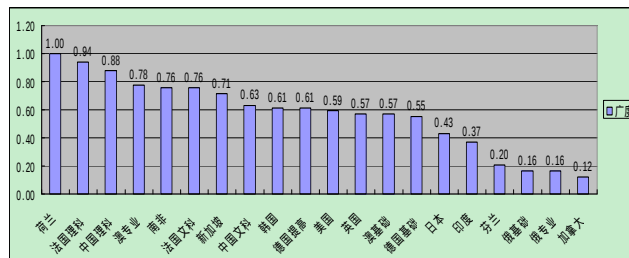


图 1 概率统计知识广度排名

中国文科课标中的概率统计知识也不能算少,排在第八位,处于中上水平.印度,芬兰,俄罗斯(基础),俄罗斯(专业),加拿大所涉及的知识点最少.

### 3.2 深度分析

如前所述,统计各国课标中关于概率统计部分的深度值需要知道该课标中对每个知识点要求学生掌握的程度.有些遗憾的是,印度、德国、新加坡和俄罗斯 4 个国家的课标中只是列出概率统计部分的知识点,并没有提及这些知识点需要学生掌握的层次.因此,对课标中概率统计部分的深度值统计只能考察其中 11 个国家的 14 个课标.各课标中概率统计部分的深度值排名如图 2 所示.

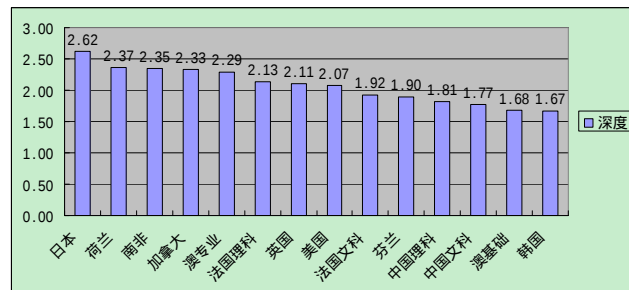


图 2 概率统计知识深度排名

从图 2 中可知,在这 14 个课标的概率统计内容的深度排名中,日本遥遥领先,值为 2.62.荷兰与南非紧随其后.加拿大排名第四,而在广度排名中,加拿大是排倒数第一的.其实,这并不奇怪.加拿大知识点少不代表对每个知识点的要求低.中国文科和中国理科分别排名倒数第三和倒数第四,这说明中国课标在概率统计内容方面的要求是“广而不深”的.涉及的知识点很多,但需要掌握的层次较低.韩国排名倒数第一,值为 1.67.

### 3.3 内容分布情况比较

#### 3.3.1 认知水平分布情况

从图 3 中可以看出,各国课标在 A、B、C、D 四个层次(分别指了解、理解、掌握、灵活运用)的认知水平分布情况是有差异的.大部分国家 B 层次较多.中国(文科)、中国(理科)、澳大利亚(基础)和韩国课标中的 A 层次相

对于其他国家来说,是比较多的,分别为35%、40%、43%和43%。荷兰是所有课标中,C层次最多的,高达37%。而日本是所有课标中,D层次最多的。这从一个侧面反映出日本课标在概率统计方面对学生的要求是较高的。

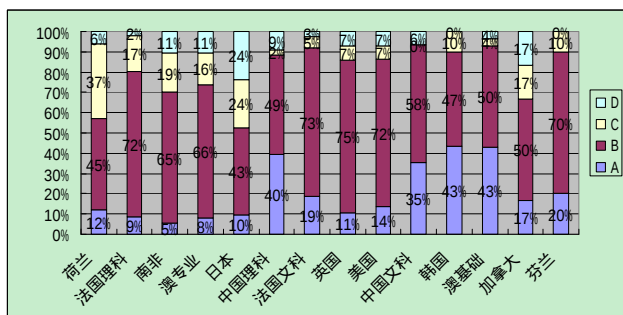


图3 4个认知水平的知识点个数所占比重统计

### 3.3.2 核心知识模块分布情况

概率统计大致可以分为概率和统计两部分内容。在考察的15个国家的20个课标,虽然各具特色,但都是既包括概率,又包含统计。研究者对于每个课标中所含的概率和统计广度分别进行了统计。

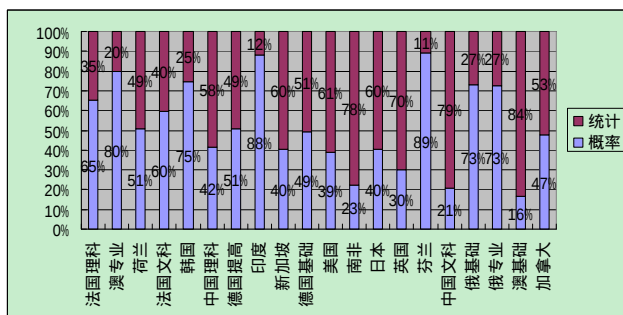


图4 不同核心知识模块的广度在本课标中所占比重

从图4中可以看出,各国对于概率和统计知识的重视程度是不太一样的。中国文科统计占79%,理科统计占58%,这是因为中国的理科生要学习“选修2-3”,而文科生要学习“选修1-2”,两本书都有《统计案例》一章,但“选修2-3”中还有一章“概率”,所以文科生和理科生学习的统计知识是一样多的,但理科生学习的概率知识要多一些。

## 3.4 质性分析

### 3.4.1 不同层次的要求

与中国类似,很多国家对于高中数学课程标准是分成不同层次要求的,只不过叫法会略有差异。如有的国家是分成基础课程与提高课程。在实施“课改”之后,中国的文科生和理科生在概率统计方面,需要学习的内容有很大差异。经过分析、对比发现:澳大利亚和中国课程标准对文理科学生概率统计要求有很明显的差异。澳大利亚的文科生几乎不学概率,而中国的文科生学习的概率仅限于“必修3”中的概率部分;两国文科的课程标准都不包括排列组合;两国的文科生在统计方面的要求并不低。这主要是因为统计知识相对来说难度较小,且更加实用,适合于文科学生学习,基本的统计知识、数学分析与处理能力也是现代公民必备的基本素

养。有些国家不只是将课程标准分成了文理科,甚至分的更细,例如,有些国家专门分出一个学生群体为“数学方面有特长的学生”,然后进行单独培养,对于这些学生在数学方面的要求往往较高,但如果学生不只是对数学擅长,而且喜欢,那么这种“高要求”更加体现了人性化。

### 3.4.2 排列组合课程设置的国际比较

排列组合虽然不是概率统计内容,但与概率统计特别是古典概型有较为紧密联系。更为重要的是这一内容近年来作了较大的调整,也在一定范围内引起了争议。

中国进行新“课改”之前的“大纲”教材中,是将排列组合与概率统计放在一章里面来学习的,而“课改”之后的教材,对于理科生而言,在学习概率统计之前并不学习排列组合,之后在“选修2-3”再学习《计数原理》一章。而对于文科生而言,“课改”之后,是不学排列组合的。其实,这一内容在国际上也有多种不尽的处理方式:

英国、美国、南非、中国(文科)和澳大利亚(基础)几个版本的课程标准中都未设置排列组合。法国(文科)、法国(理科)和新加坡(文科)虽然设置了排列组合的内容,但属于一带而过,只是在学二项分布时,才将这一内容引进来。印度则将排列组合的内容归为代数范围,而概率统计是作为与代数平行的一章出现的。

在其它的课标中,排列组合的出现往往是在学习概率之前(除德国课标和中国理科课标),设置的目的是为了给学生学习概率知识扫清障碍。这些国家往往是将排列组合作为一种计算的技巧,为学生在学习有关古典概型及相关统计知识时提供便利。

## 4 结论与启示

### 4.1 中国高中课标中的概率统计知识的设置呈现出“广而不深”的特点

从概率统计知识点的广度来看,中国理科与文科在概率统计知识点在20个课标中排名分别为第三和第八位,深度在14个课标中的排名分别为倒数第三和倒数第四。更为进一步的,在知识点的认知水平分布方面,中国理科和文科课标的A层次和B层次的知识点分布占到了89%和93%,相对来说,C层次和D层次的知识点较少。概率统计的知识点的设置方面呈现出“广而不深”的特点。这与通过教材的比较研究所得出的相关结论从整体上是一致的<sup>[14~16]</sup>。

中国现行的课标中,对概率统计的要求以基础知识的不解、理解学习为主,需要“掌握”和“灵活运用”的不是很多。当然,教学实践中有一定程度存在拔高的现象,和课程标准的难度要求并不太一致。

### 4.2 中国“课标”中概率统计部分变革的国际比较

现行的课程标准相对“大纲”中概率统计部分的几点变化,如“先讲统计,后讲概率”,“文科生不学排列组合”,“理科生先学一部分统计与概率,再学排列组合,再学概率”等做法在世界上都不只是“中国特色”。很多国家在这方面的安排是与中国有相似之处的。

### 4.3 对课标中的概率统计知识点调整的分析

总体上讲,中国课标中概率统计知识点覆盖比较合理,

但也有些知识点比较“异类”，如“几何概型”、“系统抽样”、“超几何分布”等，其他国家的课标中几乎没有涉及。而对于国外很多国家都设置，而中国却未涉及的知识点，主要有“四分位数”与“盒式图”。对于这一知识点，在课程标准的修订、调整时可以给予特别关注和研究，确定取舍。

总的来说，课程标准应与时俱进，知识点的设置也应适当调整。但涉及到知识点的增删问题，一定要谨慎。以突出数学基本思想、加强数学应用，促进学生数学素养发展为导向，同时又不给学生造成过重的课业负担，使课标内容设置更加科学、合理。

### [参 考 文 献]

- [1] 曹一鸣, 代钦, 王光明. 十三国数学课程标准评介高中卷[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2013.
- [2] 宋丹丹, 曹一鸣. 高中课程标准中函数内容的国际比较研究[J]. 数学通报, 2014, (12): 3-9, 18.
- [3] 贾思雨, 曹一鸣. 高中立体几何课程设置的国际比较[J]. 数学通报, 2015, (3): 10-15.
- [4] 曹一鸣, 贾思雨. 高中解析几何课程设置的国际比较[J]. 外国中小学教育, 2015, (10): 60-67.
- [5] 曹一鸣, 严虹. 高中数学课程内容及其分布的国际比较[J]. 数学通报, 2015, (7): 11-16.
- [6] 董连春, Max Stephens. 澳大利亚全国统一高中数学课程标准评述[J]. 数学教育学报, 2013, 22(4): 16-20.
- [7] 康玥媛, Fritjof Sahlström. 芬兰高中课程改革及高中数学课程标准评介[J]. 数学教育学报, 2013, 22(4): 11-15.
- [8] 金康彪, 贾宇翔. 韩国高中数学课程标准评介[J]. 数学教育学报, 2013, 22(5): 42-46.
- [9] 宁连华, 崔黎华, 金海月. 新加坡高中数学课程标准评介[J]. 数学教育学报, 2013, 22(4): 1-5.
- [10] 朱文芳. 俄罗斯国家数学教育标准简介——高中部分[J]. 数学通报, 2009, (1): 17-21, 16.
- [11] 李娜, 曹一鸣, Lyn Webb. 南非国家高中数学课程与评价标准评介[J]. 数学教育学报, 2013, 22(4): 6-10.
- [12] 曹一鸣, 王立东, Paul Cobb. 美国统一州核心课程标准高中数学部分述评[J]. 数学教育学报, 2010, 19(5): 8-11.
- [13] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(实验)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2003.
- [14] 曹一鸣, 吴立宝. 初中数学教材难易程度的国际比较研究[J]. 数学教育学报, 2015, 24(4): 7-11.
- [15] 王光明, 康玥媛, 曹一鸣. 芬兰独特而平稳的教育改革及启示[J]. 天津师范大学学报(社会科学版), 2015, (5): 66-70.
- [16] 王光明, 张楠. 国际教育学研究发展趋势[J]. 当代教育与文化, 2015, (6): 20-27.

## International Comparative Research On the Contents of Probability and Statistics in High School Mathematics Curriculum Standards

CAO Yi-ming, WANG Wan-song

(School of Mathematics Science, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

**Abstract:** This paper examines 15 countries (Chinese, America, England and so on) in content of probability and statistics in 20 curriculum standards. Quantitative and qualitative analysis have been both made more in details. Quantitative analysis includes the breadth, depth, and the knowledge distribution of core modules. Qualitative analysis includes the chronological order of probability and statistics in these curriculum standards, the relationship with permutation and combination, and the content differences between liberal arts and science students. The results shows that Netherlandish and French science curriculum standards are most widely distributed, while Chinese science one in third and liberal arts one in eighth. Japanese and Netherlandish curriculum standards are most difficult, Chinese liberal arts one in third and science one in fourth. In a word, our probability and statistics contents in curriculum standard are “widespread but not deep”.

**Key words:** probability and statistics; senior middle school; curriculum standard; comparative research

[责任编辑: 周学智]