

学会学习 做感兴趣的事

——单增教授访谈录

曹一鸣 周明旭 张晓旭

单增教授是国内首批培养的 18 位博士之一,这之前他做过十多年的中学教师,深知教学一线的问题和需要,因此他更加珍惜再次接受高等教育的机会,也更想将学术与教学实践紧密地联系在一起。单教授从三十多年前就开始从事数学普及工作,只要提到数学解题和数学竞赛,大家都会不约而同地想到单增教授。

也正因如此,单教授在谈到中小学生的数学教育、教学问题时,非常地开诚布公。和他一起谈论教育热点问题时,他毫不避讳,有问题就直说,很少高谈阔论,从不拐弯抹角。他的语言也很接地气,经常使用贴近生活的例子,更愿意在生活中发现问题、揭露问题,再去分析是不是形势政策上出现了偏差。与单老师的访谈,让我们既能“仰望星空”,亦可“脚踏实地”。

访谈者:单老师,您好!我们正在编写《与数学家同行》一书,将由南京师范大学出版社出版。计划访谈一些热心于数学教育的数学家,请他们从数学家的视角谈谈对数学教育中的一些关键问题或热点问题的看法。今天能否请您结合自己的学习和研究经历,谈谈您是如何喜欢上数学的?

单增:说实话,我小时候对数学并不是太上心,其实更喜欢文史一些,喜欢看小说,看历史上的东西。那时候觉得数学好像没有什么用,就是觉得比较



单增,男,1943 年 11 月生,江苏省泰州市人。1964 年扬州师范学院数学系毕业,1983 年在中国科学技术大学获理学博士学位。现任南京师范大学数学与计算机科学学院教授,博士生导师,南京市数学会理事长。长期从事初等数论、解析数论和组合数学研究,以及数学课程与教学论研究,发表论文 100 余篇,出版专著 20 余部。1991 年被评为全国优秀教师并享受国务院特殊津贴,1992 年被授予国家级有突出贡献的中青年专家称号,1997 年被评为南京师范大学优秀学科带头人,获得江苏省“红杉树”园丁奖。

容易。我小时候喜欢下棋,比如象棋、军棋,还有打扑克牌、牌九。其实我小时候就是喜欢玩,数学也没花什么功夫,那时候也不像现在要学奥数。

我在小学的时候做算术应用题有个特点,老师要求解应用题要分开写几个式子,但是我基本上从头到尾就写一个式子。因为那时候数学学得不错,脑子转得很快,所以可以只写一个式子。

当时的小学数学比较容易,初中的内容也学得不多。像平面几何,我们初中都不学相似,相似是在高中才学的,用的是苏联教材,但教材体系比较严谨。那时候初中对平面几何的表达要求比较严格。我们做平面几何题都要求先打草稿再写上去。我们老师要求非常严格,他打个叉都是打对角线的那种大叉。但是初中数学那时确实不是很难,不过我们都觉得很有意思,因为兴趣、喜欢,思维要求也不超过我们那时候学生的水平,只要努力就能达到了,要是太难的话,学生就该没有兴趣了。

到了高一稍微花了一点功夫,当时平面几何书是线装本,发下来后老师还没讲我就把题目都做了一遍。那个教材的习题比较多,还是不错的。现在的教材也有这个特点,习题比较多。我那时就是喜欢自己看书,主要还是因为有兴趣。我们那时候书看得也不多,平面几何好不容易有一本李俨的《近世几何学初编》,不过排版的错误非常多。后来有一个同学买了一本邱丕荣的《近世几何学》,大家当成了宝贝。那本书相当好,但也就只有平面几何而已,现在来看眼界非常浅。我们当时还组织了一个数学小组,叫FSTY,四个同学一起做《数学通报》上的题目。FSTY是每个人的姓氏首字母。其实我们就是觉得做数学题很好玩,也没有说特别懂什么的,都是自己感觉有兴趣。但水平也就如此而已,那时候书也少,偶尔看几本书或者小册子,也没有看得太懂。

上高中那会儿,我哥哥比我高两个年级,有时候我就看他的书。他读的是南京师范大学数学系,大学就学微积分了,我也拿他的书来看,就是看微积分,比较浅的也看了一些。那时候我还在上中学,可能看得最花功夫的一本书是高扬芝的《极限浅说》。说实话,那本《极限浅说》写得一点都不浅,书中什么都要证的,而且印刷错误非常多,真的看得头疼得很,但是不管怎么说总想要看下来,确实觉得我看书的能力还是有的,坚持下来以后,后来看书就不觉得吃力,就是说自学的能力还是有提高的,自己能看书了。

后来接触到的微积分教材比较严谨,我们大概在高三也看了。上大学以前我也看过,就是自学过一

些东西。我哥哥买了一些书自己看,我跟着他看,其他的真是没怎么用过功。

但是像我这样不用功的也少,我上课净是在胡思乱想,很少听课,常常上课做作业,放学时就做完了。那时候应该说课程比较轻松,相对来说比较容易,跟现在不好比,现在中学学的内容太多。我的小测验成绩往往不大好,数学可能好一些,可以做出几道题,总归就是不懂得用功。

访谈者:您说您不用功,其实还是因为出于对数学的兴趣,自己学了不少的数学,看来兴趣确实是非常重要的。您后来在数论方面也做了很好的研究工作,特别是现在很多人一谈到解题都特别佩服您,都说经过单老师的认可就是权威的认可。在解题方面您有哪些经验可以供大家分享的?

单墀:解题能力的话应该说也是需要锻炼的。我在中国科学技术大学读研究生时,同宿舍的还有肖刚和李克正,他们的能力都很强。因为我文革前就教书了,他们那时候都还是学生,所以中学这块的知识我觉得我还是很强的,就是做题能力很好,但是跟他们一比却不高。他们有很好的想法,而且思路很活,我跟他们学到不少的东西。刚开始大家一起做题,做美国的大学生竞赛题,确实收获很大。他们的思维很开阔,对我的影响很大,我解题方面的能力提高很多。这也就是说,你跟一个高手在一起切磋才会有很大的进步,就跟下棋一样,你跟一个下得好的一起下,很容易获得提高。

我还在解题上有个心得,就是总希望把题目解得更好一点,那就需要在做完以后好好进行总结。在解题这方面,波利亚写的几本书是相当好的,如《怎样解题》,他确实是有真正的看法。我一直要求自己写完以后要回顾,要注意看能不能写得更好一点。对于老师来说,不是说一个问题你绕了5个圈解决了,你还要带着学生再绕5个圈。即使你自己绕了5个圈,讲的时候,要让学生少绕圈子才好,所以要注意这个问题,每次都注意做得更好一点。

访谈者:您刚才谈到的解题的一些心得,现在的中学生实际上做题非常多,比您那时候可能要多很多。但是学生做这么多题目以后,也不一定对他的解题有特别大的帮助,您怎么看这个问题?

单墀:首先,现在的学生功利性太强,他不一定是因为喜欢数学而去做题的。其次,确实是有些人把太难的题目给学生了,这个不好。包括教材里面也有

很多很难的题目,以前教材中的题目难度还比较平稳,偶尔有点难的题目放在最后。现在你不知道忽然哪个难题就“猫”在里面,这个很不好。教学时可以补充一点课外题,但是基本上来说不要太难,更不要总是以中考、高考题为目标,我觉得现在有些题目是过分难了。一个题目是你自己解出来的,还是看了解答之后想出来的,效果是很不一样的。第三,初中教材的要求太低,而课外的题目太难。以前是课内外差别不大,课外难一点,但不是难很多,现在差距太大。这也许和现在的课标制定有关。课标把初中的几何证明取消了,把几何的表达要素基本上取消了,把三次方公式、十字相乘这些乘法公式基本取消,那等于初中的代数也没有学,所以初中的教材内容就很少。在学校里面没有让学生学,学生跑到外面学,这样就很花时间和精力。如果你能在学校给他学点儿就好了,他也不累,现在反而造成他负担很重。学生如果仅仅学在学校教的东西又太少,确实也不行,这是一个大问题。总归教育搞成这样,还是有问题的。从1980年代末以来,教育水平有所下降。本来1980年代左右还是可以,现在除了应试高考的书,基本上也没有什么了。

现在的问题就是给数学的负担太重,刚才讲初中教材内容少而空,高中教材的内容却是多而杂。比如,算法的东西不应该在数学里面,应该是计算机的内容,这个应该把它切掉,把这个切掉以后剩下的就少很多。现在学生学的确实比较多、比较杂,而数学本身应该学习的最基本的东西却不存在了。就像我们学生在学校里面需要把身体锻炼好,你不能让学生既要会踢足球,又要会打篮球,他各个项目可以自己去做。我们可以教他们把身体基本素质锻炼好,提高基本的反应灵敏度,学一些基本的东西。数学只要把自己的体系搞好,现在好多人不承认数学有一个体系,要把体系打掉,非要过度强调应用。数学主要是培养人的思维能力,当然学好数学需要的思维能力也是很强的。

访谈者:现在有不少的中学生会选择出国留学,大学生出国的人更是越来越多,留学生低龄化的现象越来越显著。对于这种现象,您怎么看?

单增:可能一定程度上说明我们的教育出现了比较大的问题。你如果越来越好,那就会有越来越多的人到你这儿来。你这儿如果差,人家就会出去,这是很简单的道理。当然不光是教育的问题,你环境也差,你的空气有雾霾,你的水不好,你吃的东西也不保

险,当然要跑了,这很正常。大家都希望朝一个好的地方去,不想去差的地方。所以不只是教育的问题,其他还有很多原因。

不过确实是现在的教育搞得不好。你说现在学生负担重不重?我想绝对是重的。学生负担重是从什么时候开始的?就是从提倡素质教育开始的。提倡素质教育之前负担不重,1980年代负担就不重,我们都不觉得负担重,当然也不是一点儿负担也没有。现在看小学生的书包你就知道重不重了,这是谁造成的?今天说要学书法,就讲书法课;明天要唱戏,就上唱戏的课;后天要学习踢足球,就要去踢球,学生怎么吃得消。教育就应该有一个标准。有人一干坏事,大家就会说第一“应试教育”不好,第二奥数不好,这种说法就很有问题。“应试教育”下面有一个标准,你有一个标准就好说话了,当然这个标准定得好不好那是另外一回事。但是我定了一个标准,大家朝这个标准努力去做就行了,就很简单、很明确,进而教学就是有目的地在进行。现在就是没有目标,你今年说钢琴重要就去弄钢琴,明年说可能要考美术就去弄美术,后年说还是考奥数就来学奥数,再一年又说学英语。这就是你目标不明确,朝令夕改。一个人的基本素质,要有数学,要有语文。学好这些就是素质教育,就包括了基本的素质在内,比如数学就包括了运算和推理的基本能力考核在内。我觉得在众多素质当中提取出最主要的几个素质再加以考核就行了。你现在说学生负担重是“应试教育”造成的,实际上是你的考试目标定得不明确,甚至定得不对,是“指挥棒”有问题。

什么是考试?考试以前就是科举,科举是一个进步。因为以前的推荐、门第都不行,科举是竞聘的。考试本身是对的,而且从科举至今一直如此考着,不但中国,许多其他国家也跟中国学了,英国、美国都跟中国学考试。那么就是说这个考试没有错,有些东西不需要改,改反而会把它改坏了。第二,考试内容基本是对的,众多素质当中已经选出了最主要的素质。当然,你说有人是美术天才,天才是另外一回事,那是少数人,对大多数人来说这套考试是对的,不能乱动。现在还没有真正搞清楚,好的东西也要把它改掉,那怎么行呢,好的东西是不能改的。比如说一天吃三顿饭就蛮好了,你不能改成一天吃五顿或者八顿。有些不需要改的,如果早上喝牛奶,你说不喝牛奶喝豆浆,这种改也没多大意思。学习最好是要有兴趣,没有兴趣不行。陈景润也说数学好玩,你要是让学生觉得不好玩那就麻烦了。

访谈者:现在数学学得好的学生也非常多,也有人在国内外的奥赛中取得了很好的成绩。以前有些人说奥赛不好,但其实现在很多一流的数学家也都是曾经在奥赛中获过奖的,比如陶哲轩。您觉得我们该怎么看待奥赛?怎么和义务教育的课堂学习权衡呢?

单墀:有很多现在在代数、函数方向上都搞得不错的数学家也是奥赛出身,只是大家没有好好调查。有一批人确实搞得不错,但也有一些搞奥赛的并没有继续从事与数学相关的研究。美国大学生竞赛有一个调查,调查参加竞赛的这些人将来如果是工程师或者以上,那么就是人才。最后的调查结果是人人可以算作人才。搞奥赛的大概大多数人也可以是讲师、工程师,没有人调查过,我想这些人中没有当上讲师,没当上工程师的应该很少。那些得了奥赛金牌的学生基本都被北大、清华选走了。如果按照这个标准,那么奥赛获得奖牌的人就没有不是人才的了。这其实还是一个标准怎么样的问题。如果说得诺贝尔奖、得菲尔兹奖的才叫人才,没得的就不叫人才,全世界也没有几个能得诺贝尔奖的,这个标准本身就不对。

现在是不是把很多事情搞得失衡了?很多培训机构做培训,其实也不是在做竞赛,只是打着竞赛的旗号,还有些学校将竞赛跟升学挂钩。奥赛本来是有兴趣的学生学一学,现在变成了功利性很强的事情,看到其他人都去学,他就也去学,这是没有必要的。奥赛不应该是人人都参加的,但是现在这个问题出在什么地方呢?在于我们升学的标准不明确。大学更相信参加过竞赛拿奖的人,特别是重点大学。所有的大学都认为这样的学生好,才这样选。这说明我们高考本身的标准有一点问题。高考现在的题目也是越来越容易,虽然总分上去了,但是大学越来越不放心,总觉得你学得不一定好,觉得你不是我要的人才,他宁愿相信参加过竞赛的人,这就是高考和高校录取中的一个问题。同样,中考的题目更容易,这个更容易的结果导致了重点中学也不相信中考成绩。学校的信誉就是你的招牌,一个东西要有信誉,没有信誉就很麻烦,你宁愿选择其他方式,预先招一些人来反而好。而小学更糟糕,小学生不准考试是一大错误,义务教育阶段不能考试,这怎么行?这种要求是不是合理也没有证明过,也不是“公理”,但义务教育就不让考试,是很不对的。有考试才有促进,一方面学生有求知欲,另一方面他也有强烈的“求生”的欲望,需要好好利用的。当然,我们不是说考得不好就打

击,这个也不对,一些学生有竞赛的欲望,这是需要被利用的。

以前我们最早是先有高中竞赛,后来才有初中竞赛,再后来才有小学的。而现在小学学奥数的人最多,其中一个原因就是小升初不考试。没有标准,你怎么招人呢?所以一定要有标准,而且是严格的标准。以前只考数学和语文两门,语文就考一篇作文,一个学生两门加起来180分,另一个学生两门加起来179分,就录取180分,这也很正常、很简单。现在非要把它取消了,这个取消就很麻烦了。你有一个指挥棒,关键要有一个好的标准,才能发挥好指挥棒的作用,现在非要把指挥棒甩掉,就失去指挥棒的引导意义了。

访谈者:您刚才也讲到,学生的负担越来越重,可能去做点儿自己感兴趣的事情的时间都很少有,他们也缺少读一本好书的时间。

单墀:应该把时间腾出来给学生自己去玩,自己去看书,学会学习,让学生做感兴趣的事。

我一个朋友的女儿读中学,每天要学到晚上11点,他女儿成绩算是好的都要搞到11点。应该严格把学生的作业量控制在晚上9点以前结束,如果9点作业不能做完就有问题,就必须减作业量,现在每科都有作业和考试,简直是瞎搞。还有一个很简单的方法,把学生的书包打开看看,你要减轻学生负担,去看看书包里有哪些书,哪些书不需要的统统扔掉。教育部门一定要下决定,就是考的东西要少、作业要少,要严格地控制作业量。

我看的书不算多,我一个中学同学,因为跟图书馆老师认识,他整天在学校图书馆看书,看的书很多,尤其外国小说看得甚多。现在的中学生有时间的话也应该要看些书,尤其要看原著、名著。这些书能成为名著自有它的道理,很多好的思想在里面,都是经过时间淘汰后留下的金子。不像有些流行的东西,很快就会消失。真的应该多让孩子们有时间读读书,学学中国宝贵的财富。

我们现在实际上很浮躁,对孩子的教育靠灌输,不是让他们自己去学习与思考。这样就把学习的兴趣和积极性扼杀了,学生不喜欢学习了,当然也就学不好了。现在虽然小学也会考到四大名著,学生都知道有这几本书,但根本没看过原著。现在对学生最重要的是要学习什么,怎么才能真的学到东西,要培养孩子们独立思考的能力,这对学习才有意义。

(作者单位:北京师范大学数学科学学院)